

光学微腔初探

陈汀

(北京邮电大学 理学院, 北京 100876)

摘要: 光学微腔是指具有较高品质因子 Q、尺寸与光波长可以比拟的微型光学谐振腔。学习并研究了借助时域有限差分算法, 仿真光学微腔中电磁场的分布与特征模式。结合光学微腔的应用, 利用 COMSOL 进行仿真并比较了结果。研究结论为光纤通信系统课程, 及进一步对于光电子的学习提供了宝贵的经验。

关键词: 光学微腔; 时域有限差分算法; 回音壁模式; 仿真

中图分类号: TN252 文献标识码: A

A Primary Investigation in Optical Microcavity

CHEN Ting

(Beijing University of Posts and Telecommunications School of Science, Beijing, 100876, China)

Abstract: Optical microcavity is a type of optical resonator with higher Q-factor and the dimension of which can be compared with the wavelength of light. The finite-difference time-domain (FDTD) numerical calculations method is adopted in the simulation of the electromagnetic field distribution and eigenmodes in optical microcavity. The theory and practices are been discussed with COMSOL software. Experiment results provide guidance for the curriculum of optical communication system.

Keywords: Optical Microcavity; FDTD Method; Whispering Gallery Mode; Simulation

在光纤通信系统（本科）课程的教学过程中，麦克斯韦方程组作为分析波导中电磁场分布的最主要工具贯穿教学过程。然而，由于课堂教学条件有限，同学对于光通信器件的形象化理解较为欠缺。本文基于作者对光学微腔中回音壁模式谐振腔的简单探讨与初步仿真，主要探讨了回音壁模式的环形微腔与正方形微腔两种类型的原理，并通过 COMSOL 软件进行了简单的场分布仿真与特征模式求解。通过本文的撰写，作者对光通信课程、光器件理论取得了更为深入的了解。

1 时域有限差分算法(FDTD)简述

时域有限差分法(Finite Difference Time Domain, FDTD)是离散时域求解 Maxwell 偏微分方程组的数值求解方法。计算电磁学领域的时域有限差分法起源于 20 世纪 60 年代美籍华人 K.S.Yee 提出 Yee 离散胞元^[1]。FDTD 算法提出之后，随着计算技术的发展，FDTD 算法在电磁学，电子学，光学等领域

都得到了广泛的应用。本节主要探究 FDTD 算法的求解原理与具体应用条件。

1.1 采用 FDTD 算法数值求解麦克斯韦方程组

麦克斯韦方程组在时域中旋度方程包含两个，即安培环路定律推广和法拉第电磁感应定律：

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H}(x, y, z, t) = \frac{\partial \vec{D}(x, y, z, t)}{\partial t} + \vec{J} \\ \nabla \times \vec{E}(x, y, z, t) = -\frac{\partial \vec{B}(x, y, z, t)}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

其中，存在本构关系式：

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H} \end{aligned} \quad (2)$$

在直角坐标系中，电场磁场各可分为三个相互正交的分量：

电场：

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right)\end{aligned}\quad (3)$$

磁场:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)\end{aligned}\quad (4)$$

为了构建空间中的格点, 定义

$$\bar{A} = (i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$$

并将时间也离散化取值, 从而得到 Yee 元胞模型。在空间上, 各电场分量 E_x, E_y, E_z 在 Yee 元胞的棱边中间取样, 方向与棱边一致; 各磁场分量 H_x, H_y, H_z 在 Yee 元胞表面的中间取样, 方向垂直元胞面。在时间上, 电场分量在棱边上, 在整时刻离散; 磁场分量在元胞面中间, 在半时刻离散。

其模型如下图所示:

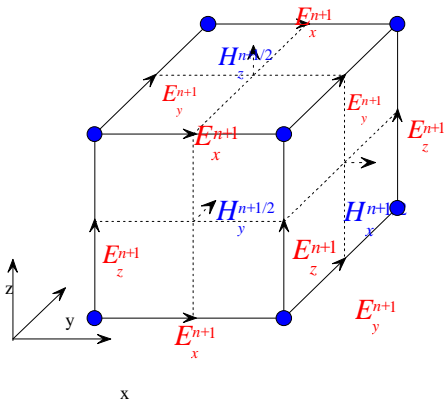


图1 Yee 元胞模型

离散化后可分别写出电场, 磁场的各方向分量。篇幅所限, 此处仅以一个分量为例, 写出其离散化过程:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^n = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^n$$

带入 A 形式的单位格点, 得到:

$$\begin{aligned}\text{左式} &= \frac{\partial H_x^n(i, j+1/2, k+1/2)}{\partial t} = \\ &= \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t}\end{aligned}$$

$\mu \cdot$ 右式 =

$$\begin{aligned}& \left(\frac{\partial E_y^n(i, j+1/2, k+1/2)}{\partial z} - \frac{\partial E_z^n(i, j+1/2, k+1/2)}{\partial y} \right) \\ &= \frac{E_y^n(i, j+1/2, k+1) - E_y^n(i, j+1/2, k)}{\Delta z} \\ & \quad - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta y}\end{aligned}\quad (5)$$

根据上述偏微分方程通过离散格点转化为差分的方法, 可在 MATLAB 中进行编程迭代, 从而数值计算出各个场分量, 进而通过数据绘出图像来。

下面给出 FDTD 中格点大小与稳定所需条件。由于占用篇幅较多, 此处仅给出原文中的结论, 即所谓 Courant^[1]稳定性条件:

对于三维空间, 有

$$c\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}\quad (6)$$

对于二维平面, 有

$$c\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}}$$

另外, 为保证空间格点足够密集以便准确描述格点中场的分布, 根据奈奎斯特采样定理可简易推知, 采样格点长度应至少满足 $\Delta l \leq \frac{\lambda_{\min}}{2}$ 。由于计算性能较为充足, 此处可采用更密集的采样点。

2 光学微腔综述

光学微腔是指具有较高品质因子 Q、尺寸与光波长可以比拟的微型光学谐振腔。本节主要简述了常见的光学微腔类型及其原理。并根据光场限制结

构的不同分别对三类光学微腔其进行了讨论。

2.1 光学微腔特点

在光学微腔中，腔体尺寸与光波长接近，模式光场被限制在极小的空间区域，模式体积极小，而且高品质因子的模式数量较少。根据 Purcell^[2]效应，自发辐射是原子与真空中电磁场耦合发生的现象，当受激原子自发辐射波长与腔内谐振波长不一致时自发辐射会被抑制甚至消失，而当二者吻合时自发辐射获得增强。与普通谐振腔相比，光学微腔具有很高的自发辐射增强因子，而且自发辐射因子也会随着腔内模式数目的减小而增加，自发辐射将会获得显著增强。因此，根据光学微腔的这些特点，其在光电子集成领域具有广泛应用前景。可用于制作无源光滤波器、高品质因子的微腔激光器等等。

2.2 法布里-珀罗型与光子晶体型光学微腔

本段简略介绍两种常见的光学微腔。

法布里-珀罗型微腔是一种通过两端反射率极高的镜面反射形成高品质因子的光学微腔。激光出射方向垂直于激光器表面，两端为反射率高达 99% 的分布式布拉格反射镜(DBR)。DBR 反射镜一般采用分子束外延(MBE)或者金属有机化学气相沉积(MOCVD)生长，从而可以精确控制谐振腔的模式。但由于其激光以垂直方向出射，因而在集成光电子学中难以得到更多的应用。

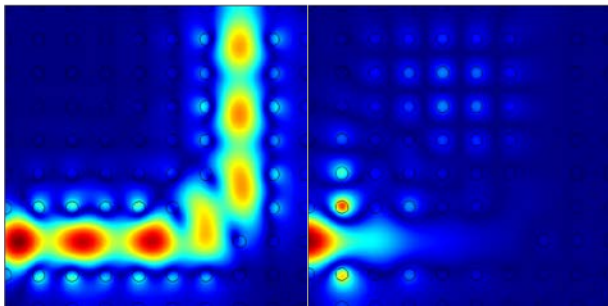


图 2 光子晶体带隙示例

光子晶体微腔主要分为两类。一类是内反射型，一类是带隙型。二者的导波原理有所差异。对于带隙型，在完整光子晶体中引入适当缺陷，如果产生的缺陷能级位于光子带隙中，波长位于该能级的光波的传播受到限制，使得光子晶体可以在极小区域形成品质因子极高的局域态。而对于内反射型，光波的衰减主要取决于周期性结构的尺寸与形状等分布。图 2 为去年在光波导课程作业^[6]中对带隙型

所进行的仿真。可以看到，对于一固定带隙，光子晶体可实现对于某一波长光波的选择效果。光子晶体微腔可以实现极高的品质因子和极小的模式体积，是三类光学微腔中 Q/V 值最高的。但由于实际加工中，工艺较为复杂，且成品器件难以达到如仿真一样的理想状态，因而制得的器件成本较高，尚难以应用到实际操作中。

2.3 回音壁模式微腔

回音壁模式(Whispering Gallery Mode, WGM)型微腔是一种利用光在高折射率与低折射率介质界面处的全反射形成高品质因子回音壁模式的光学微腔。常见的回音壁模式微腔有微球、微盘、微环^[5]、正多边形^[3]等几种形状。回音壁模式微腔具有品质因子高、体积小、制备工艺简单、可集成度高等优点，在光子集成和光互连应用中具有巨大潜力，例如制作低阈值、低功耗的微腔激光器以及光学滤波器等器件。

本文主要就环形、正方形两类 WGM 谐振腔进行了分析。主要分析了其谐振产生机理、理论模型构建，同时对其进行了简单仿真，从而更直观地理解回音壁模式谐振腔。

3 理论分析与仿真结果

本节中将通过简述现有理论模型，以及仿真上述模型来展现两种谐振腔的具体谐振形式。

3.1 环形谐振腔

环形谐振腔最早由 Marcatili E.A.J^[7]在 1969 年提出，其基本运行方式如图 3 所示。

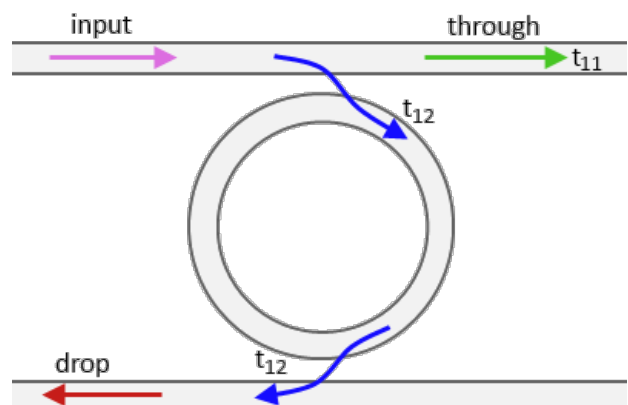


图 3 环形谐振腔模型

设环形谐振腔的谐振频率为 f 。一系列频率为 f 的

信号波由输入通道(Input Port)进入, 与环形谐振腔发生耦合, 在下载口输出(Drop Port), 实现对 f 频率信号的下载。由于耦合进入环形谐振腔是通过倏逝波进行的, 因而存在一定的透过率。如图所示, 其耦合进入环形谐振腔的比率为 t_{12} 。

为了简化其原理的讨论, 将上述模型简化为单根输入输出波导的情况。

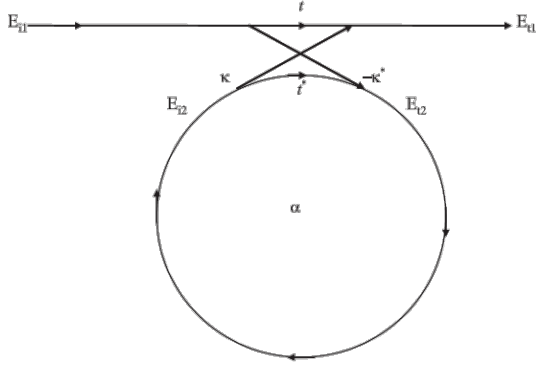


图4 环形谐振腔简化模型

激光器输出的光波经过前级相关器件后以 E_{i1} 输入集成光学环形谐振腔端口, 经过耦合器耦合后, 一部分光进入谐振腔, 用 E_{i2} 表示光波强度; 一部分光直接从另一端口输出, 用 E_{o1} 表示。进入谐振腔的光经过环形谐振腔一圈后, 光波 E_{i2} 变为 E_{i2} , 从而形成光的闭合回路。在稳定状态下, 光波强度 E_{i1} 到 E_{i2} , E_{i2} 到 E_{o1} 的光之间将会达到一个动态均衡的稳定状态。

可用传递矩阵方法对其进行分析。 E_{i1} 、 E_{i2} 、 E_{i2} 、 E_{o1} 四者之间的关系如下:

$$\begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau & \kappa \\ -\kappa^* & \tau^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 τ 、 κ 为耦合系数, 满足归一化条件。当满足谐振相位条件时, 输入、输出功率如下:

$$P_{i1} = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2} \quad (8)$$

$$P_{i2} = \frac{\alpha^2 (1 - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2}$$

从上式可以看出, 当环形波导传输损耗等于耦合损耗时, 输出功率为 0。此时没有光强从输入输出波导的输出端口输出, 常把这种情况叫做最佳耦合状态。如果画出输出功率对应的曲线, 则会在对应的波长处出现两个零点。

根据以上分析与讨论, 作者对该实例进行了仿真。首先对简化模型进行了仿真。其中圆环的半径为 6.2 微米, 波导的内径外径分别为 0.2 和 2 微米。对波长范围为的光波进行了仿真, 并分别列举了处于最佳耦合波长与其它波长的情况, 如图 5 所示。

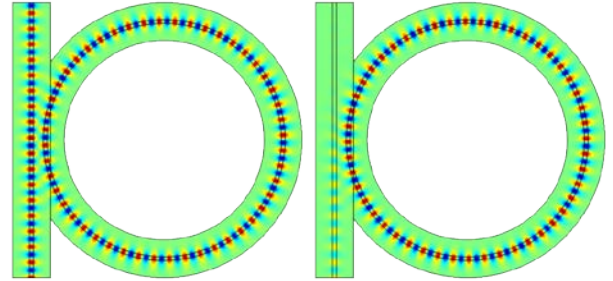


图5 环形波导仿真, 左侧为非最佳耦合, 右侧为最佳耦合, 其中输入端为长波导下端

可以看到, 在最佳耦合情况下, 波导无输出, 即所有输入能量均耦合进入环形谐振腔中。而非最佳耦合情况下, 大部分能量仍旧通过输出端输出。

仿真实验同时探究了长波导与环形谐振腔纤芯距离对耦合情况的影响。实验曲线如图 6。

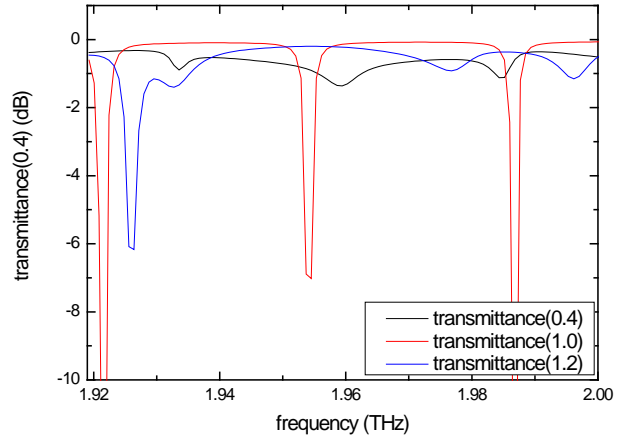


图6 谐振峰与纤芯距离的关系, 其中红色为初始情况, 蓝色 1.2 为距离较远情况, 黑色 0.4 为紧靠情况

通过仿真可以发现, 纤芯之间距离确实能对环形波导的耦合情况产生显著影响。其根本原因在于距离的改变影响了其相位条件。同时, 由于耦合是通过两根光纤纤芯之间倏逝波的传导形成的, 因而场强随着距离增大而指数趋势下降。其中红色曲线能够较好地与理论分析的输出功率呼应。

利用这种现象, 可以将环形谐振腔制成多种光器件。无源滤波器就是其中一种案例。在实际情况中, 我们需要将耦合的能量进行输出, 才能真正利用到环形谐振腔谐振的效果。图 7 为真实情况下双传输波导的仿真结果。

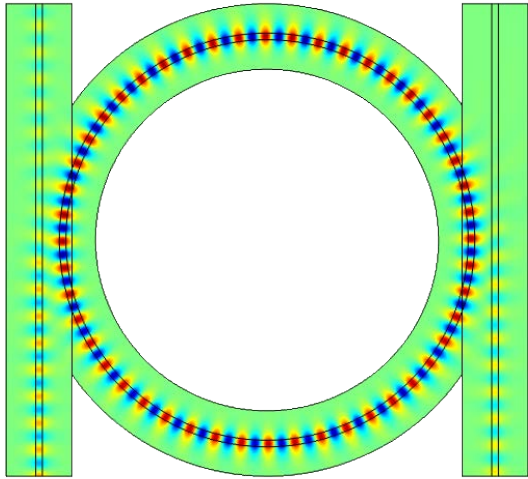


图 7 实际情况谐振腔仿真

图 7 中情况为接近最佳耦合情况的仿真结果。可以看到，由于取点并非恰好合适，波长并非完全匹配，因而左侧输入波导的输出端仍旧有少量光波逸出；而右下侧输出波导的下载端则有明显的光波输出。在实际应用中，可将环形谐振腔用于制作滤波器、延时器等器件。还可作为高精度传感器，如生物传感器等。例如，当生物分子落在圆盘上的灵敏区时，由于生物微粒对光的吸收，圆盘谐振腔透射率将发生变化。通过输出功率的变化可以对微粒进行更为精确的检测。

3.2 正方形谐振腔

本文作者在参与理学院-半导体所黄昆班的学习过程中，有幸接触了关于多边形 WGM 谐振腔的相关知识。由于时间所限与篇幅所限，以及仿真完成度不够，在此仅简单分析此类光学谐振腔。

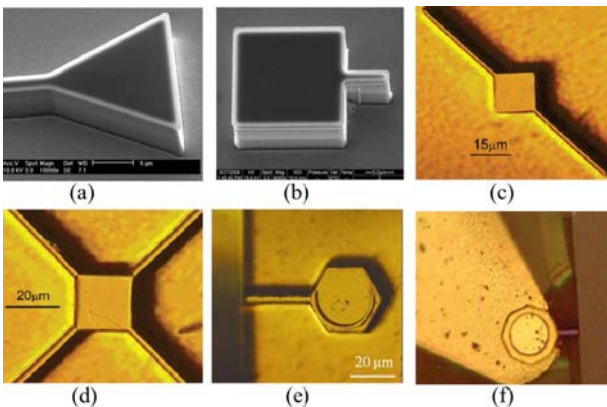


图 8 MBE 制得的多边形光学微腔实例^[9]

图 8 中展示了近年来正多边形 WGM 光学谐振腔的成果。其中，图 b、c、d 分别为正方形微腔的三种耦合输出思路。e 和 f 为环形电流注入的六边

形、八边形微腔。

与正三角形微腔相比，光线在正方形微腔中入射角较大，反射系数较高，可以获得较高的品质因子。半导体所有关组在最近十年对这些正多边形的 WGM 微腔进行了深入的研究，并制作了器件进行测试。

本人根据文献^[8]中所得结论，对正方形谐振腔进行了简单的仿真。其主要理论就是将方形谐振腔的内部、边共分为 5 块区域，而角部电磁场忽略。

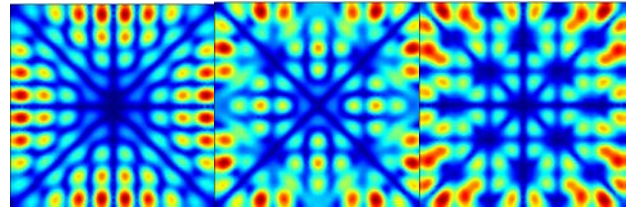


图 8 1550nm 附近的三种特征模式，从左到右依次为 $H_z^{o(7,9)}$ 、 $H_z^{o(6,10)}$ 、 $H_z^{o(5,11)}$ ，正方形微腔的参数为内部折射率 3.2，外部折射率 1，边长 3 微米

对于正方形谐振腔，还有很多可以探讨的内容。由于仿真尚未完成且与光纤通信系统课程相关度较低，本文在此不再赘述。希望在接下来的学习中能够更深入地理解这类微腔的有关知识。

4 结语

通过对各种几何、多种问题的学习、探究、推导、仿真，作者对光学微腔这种较新型的光学结构有了初步而浅显的认知。回音壁模式微腔作为一种存在大量与传统谐振腔不同特性的结构，针对其的研究近年来已经广泛开展。

本文通过对其中最基础，理论与仿真贴合紧密的两种模型进行了数值仿真，得出图样；并结合近年来关于光学微腔的多种文献尝试了更多的仿真和推导。在整个学习过程中，我了解到了许多从未接触过的知识，对如何分析一个光学结构也有了全新的认识。光学微腔的种种特性使其可以应用在多种微纳光学场景下。可以预见的是，在未来光子于电子逐步融合的趋势下，更精密的光学微腔结构能够用于许多用途之中，如滤波器、延时器、多种高品质因子、高信噪比的激光器等等。

由于期末时间较为紧张，许多仿真都仅做了较为简单的情况。但在论文撰写过程中，作者对光电子相关领域产生了兴趣，希望能够得到老师的进一

步指导。

声明

本文所有仿真均为本人完成。感谢陈铭书同学去年提供的 COMSOL 软件拷贝。

参考文献

- [1] K. S. Yee, IEEE Trans. Antennas Propagat. 302-307, 1966, Volume: AP-14
- [2] Purcell E M. Spontaneous Emission Probabilities at Radio Frequencies[M]// Confined Electrons and Photons. Springer US, 1946:839-839.
- [3] Huang Y Z, Chen Q, Guo W H, et al. Experimental Observation of Resonant Modes in GaInAsP Microsquare Resonators[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2006, 17(12):2589-2591.
- [4] Joannopoulos J D, Johnson S G, Winn J N, et al. Photonic Crystals: Molding The Flow of Light[J]. Computing in Science & Engineering, 1995, 3(6):38 - 47.
- [5] 曾敬. 可调谐光学回音壁模式微腔实验研究[D]. 重庆大学, 2015.
- [6] 陈汀. 光子晶体及其三种特性仿真研究[Z]. 北京邮电大学, 2015.
- [7] Marcatili E A J. Bends in Optical Dielectric Guides[J]. Bell System Technical Journal, 1969, 48(7):2103-2133.
- [8] Yang Y D, Huang Y Z. Mode characteristics and directional emission for square microcavity lasers[J]. Journal of Physics D Applied Physics, 2016, 49(25):253001.
- [9] 龙衡. 正方形微腔激光器的模式分析及应用[J]. 2015.